

Leçon 230 : Séries de nombres réels et complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.

[Amr] : *Suites et séries*, Mohammed El Amrani

[Amr2] : *Analyse de Fourier dans les espaces fonctionnels*, Mohammed El Amrani

[Dan] : *Mathématiques pour l'agrégation*, Jean-François Dantzer

[Dem] : *Analyse numérique et équations différentielles*, Jean-Pierre Demailly

[Gou] : *Analyse*, Xavier Gourdon

[131] : *131 développements pour l'oral*, Didier Lesesvre, Pierre Montagnon

I Partie A - Les bases

I.1 Quelques définitions et exemples [Amr] [Gou]

■ Déf 1 (Série) :

Rem 2 : Cas des SATP.

■ Contre-Ex 3 : Contre-exemple dans le cas complexe.

■ Ex 4 : Voir [Amr] et [Dan] (chercher dans les exos aussi).

■ Déf 5 (Reste) :

■ Ex 6 : Voir [Amr] et [Gou] (chercher dans les exos aussi).

■ Déf 7 (Série absolument convergente) :

■ Ex 8 :

■ Déf 9 (SATA) :

I.2 Premières propriétés [Dan] [Gou] [Amr]

■ Prop 10 (Convergence du terme général) :

■ Déf 11 (Divergence grossière) :

■ Ex 12 : Voir [Amr].

■ Contre-Ex 13 : Voir [Amr].

■ Prop 14 (Critère de Cauchy) :

■ Ex 15 : Série harmonique.

■ Prop 16 (CVA et CV) :

■ Contre-Ex 17 : En inventer un qui n'utilise pas ce qui suit.

■ Thm 18 (Opérations élémentaires) :

■ Thm 19 (Produit de Cauchy) :

■ Contre-Ex 20 : Voir [Amr]

II Partie B - Comparaisons pour de la convergence

II.1 Quand on compare, il faut être positif ! [Amr] [Gou] [Dan]

■ Prop 21 (SATP et somme partielles majorées) :

■ Thm 22 (Convergence et inégalités) :

■ Ex 23 : Voir [Amr], voir aussi Exo 2.8 [Amr].

Rem 24 : Quand on commence à partir d'un certain rang.

■ Thm 25 (Règle de domination) :

■ Ex 26 : Série avec des termes polynomiaux x exponentiels.

■ Contre-Ex 27 : Voir [Gou] (exo 7)

■ Contre-Ex 28 : Voir [Dan] (exo 7)

■ Thm 29 (Raab-Duhamel) :

■ Ex 30 : Exo [Gou].

II.2 Comparaison par intégrales [Gou] [Amr]

■ Thm 31 (Comparaison série-intégrale) :

App 32 (Critère de Riemann) :

App 33 (Séries de Bertrand) :

■ Ex 34 : Voir Exo 2.6 [Amr] ou autre.

II.3 SATP [Amr]

Thm 35 (CSSA) :

Ex 36 : Voir [Amr].

Contre-Ex 37 : Voir [Amr].

II.4 Transformation d'Abel [Amr] [Gou]

III Partie C - Estimations et développements asymptotiques

III.1 Comparaisons

Thm 38 (Règle de domination) :

Ex 39 :

Contre-Ex 40 : Voir [Gou] (exo 7)

App 41 (Développement asymptotiques) :

Ex 42 : log, arctan ...

III.2 Comparaison série intégrale, le retour [Gou] [Amr]

Thm 43 (Comparaison série-intégrale) :

Ex 44 (Série Riemann, série harmonique) :

Ex 45 : Voir Exo 6 [Gou]

III.3 SATP [Amr]

Thm 46 (CSSA) :

App 47 : Convergence uniforme de séries alternées, et calcul lié à $\ln(2)$.

III.4 Euler-MacLaurin [Dem]

🐦 Dév 48 (Euler-MacLaurin) :

App 49 (Stirling) :

IV Partie D - Des séries particulières

IV.1 Séries de Fourier [Amr2] [131]

App 50 (Calcul des $\zeta(2k)$) :

🐦 Dév 51 (Intégrales de Fresnel) :

IV.2 Séries entières

Ex 52 (Exponentielle) :

App 53 (Fonction génératrice) :

Ex 54 (Calcul d'une espérance) :