

Leçon 221 : quations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.

[Att-Che] : *Équations différentielles ordinaires avec applications*, Basem S. Attili, Rima Cheaytou

[Bat-Zin] : *De l'Analyse fonctionnelle à la Théorie spectrale*, Athanasios Batakis, Michel Zinsmeister

[Ben-Gav] : *Calcul différentiel et équations différentielles*, Sylvie Benzonie-Gavage

[Ber] : *Équations différentielles*, Florent Berthelin

[Ber-Ber] : *Analyse pour l'agrégation de mathématiques*, Julien Bernis, Laurent Bernis

[Hub-Wes] : *Équations différentielles et systèmes dynamiques*, John Hubbard, Beverly West

I Partie A - Théorie

I.1 Existence, unicité [Ber] [Att-Che] [Ber-Ber]

■ **Déf 1 (EDOL) :**

■ **Ex 2 (Mécanique) :**

■ **Déf 3 (Solution globale) :**

■ **Thm 4 (Gronwall) :**

■ **Dév 5 (Cauchy-Lipschitz linéaire) :**

Rem 6 : Passage à l'ordre 1.

■ **Ex 7 (Oscillateur non-amorti) :**

■ **Ex 8 (Exponentielle) :**

■ **Cor 9 (Systèmes d'équations linéaires) :**

■ **Ex 10 :** Voir [Att-Che].

I.2 Structure des solutions [Ber]

■ **Prop 11 (Structure de (H)) :**

■ **Prop 12 (Structure de (S)) :**

■ **Ex 13 :** Voir [Ber].

■ **Ex 14 (Oscillateur amorti) :**

I.3 Résolvante, matrice fondamentale [Ber] [Ben-Gav]

■ **Déf 15 (Résolvante) :**

■ **Thm 16 (Propriété de la résolvante) :**

■ **Ex 17 :** Expression de la résolvante dans différents cas.

■ **Déf 18 (Matrice fondamentale) :**

■ **Ex 19 :** Voir [Ber].

Rem 20 : Lien entre résolvante et matrice fondamentale.

■ **Thm 21 (Formule de Liouville-Ostrogradsky) :**

■ **Thm 22 (Duhamel) :**

II Partie B - Résolution

II.1 Pour les systèmes homogènes à coefficients constants [Ber]

■ **Déf 23 (Polynôme caractéristique) :**

Rem 24 : Lien entre sésolvante et polynôme caractéristique.

■ **Thm 25 (Solutions) :**

■ **Ex 26 (Cas de l'ordre 2) :**

■ **Ex 27 :** Voir [Ber] ou [Att-Che].

II.2 Recherche de solutions particulières [Ber] [Hub-Wes] [Bat-Zin]

■ **Prop 28 (Méthode des coefficients indéterminés) :**

■ **Ex 29 :** Voir [Hub-Wes].

■ **Prop 30 (Méthode de la variation de la constante) :**

Rem 31 : Lien avec Duhamel.

| Ex 32 (Cas de l'ordre 2) :

| Ex 33 : Voir [Ber].

|  Dév 34 (Opérateur de Volterra) :

II.3 Séries entières [Ber]

III Partie C - Qualitatif

III.1 L'exemple de $y'' + qy = 0$ [Ber]

| Thm 35 : Voir [Ber], exos 2.45-2.47.

III.2 Stabilité et portrait de phase

| Déf 36 (Point d'équilibre) :

Rem 37 : Cas homogène.

| Déf 38 (Stabilité) :

| Thm 39 (Stabilité cas linéaire) :

| Ex 40 (Faire en dim 2) :

III.3 Linéarisation

| Ex 41 (Oscillateur) :

| Thm 42 (Stabilité) :

| Contre-Ex 43 :

| Ex 44 (Oscillateur) :