

Leçon 220 : Illustrer par des exemples la théorie des EDO.

[Att-Che] : *Équations différentielles ordinaires avec applications*, Basem S. Attili, Rima Cheaytoui

[Bat-Zin] : *De l'Analyse fonctionnelle à la Théorie spectrale*, Athanasios Batakis, Michel Zinsmeister

[Ben-Gav] : *Calcul différentiel et équations différentielles*, Sylvie Benzonie-Gavage

[Ber] : *Équations différentielles*, Florent Berthelin

[Hub-Wes] : *Équations différentielles et systèmes dynamiques*, John Hubbard, Beverly West

[131] : *131 développements pour l'oral*, Didier Lesesvre, Pierre Montagnon

I Partie A - Théorie illustrée

I.1 Existences de solutions, unicité [Ber] [Ben-Gav] [Att-Che]

■ Déf 1 (Prolongement strict) :

■ Déf 2 (Solution maximale) :

Thm 3 (Gronwall) :

Rem 4 : Passage de l'ordre n à l'ordre 1.

■ Ex 5 (Mécanique) :

■ Ex 6 (Oscillateur amorti) :

Thm 7 (Cauchy-Lipschitz local) :

■ Ex 8 (Cas C^1) :

■ Ex 9 ($y' = y^2$) :

Thm 10 (Cauchy-Peano) :

■ Contre-Ex 11 :

I.2 Solutions globales [Ber] [Ben-Gav] [Att-Che]

■ Déf 12 (Solution globale) :

■ Prop 13 (Globalité et maximalité) :

■ Contre-Ex 14 :

Thm 15 (Cauchy-Lipschitz global) :

■ Ex 16 (Oscillateur amorti) :

Thm 17 (Sortie de tout compact) :

■ Ex 18 : Voir [Ber] (Ex 3.32)

App 19 (Cas f bornée) :

App 20 (Méthode d'énergie) :

■ Ex 21 (Mécanique à forces conservatives) :

II Partie B - Linéaire nous voilà

II.1 Théorie de base [Ber] [Ben-Gav]

■ Déf 22 (EDOL) :

■ Ex 23 (Mécanique) :

■ Prop 24 (Structure de (H)) :

■ Prop 25 (Structure de (S)) :

■ Ex 26 : Voir [Ber].

■ Déf 27 (Résolvante) :

Rem 28 : Voir système fondamental [Ber].

Thm 29 (Propriété de la résolvante) :

■ Ex 30 : Expression de la résolvante dans différents cas.

Thm 31 (Formule de Liouville-Ostrogradsky) :

II.2 Résolution explicite [Ber] [Ben-Gav] [Att-Che] [Bat-Zin]

Thm 32 (Duhamel) :

■ Ex 33 (Cas de la dimension 2) :

| Ex 34 (Oscillateur amorti) :

| Ex 35 (Chainette) :

Thm 36 (Variation de la constante) :

Rem 37 :

| Ex 38 (En dimension 2) :

 Dév 39 (Opérateur de Volterra) :

III Partie C - Exemples de résolutions

III.1 équations à variable séparables [Att-Che] [Ber]

| Déf 40 ( quation à variable séparable) :

| Prop 41 (Méthode) :

| Ex 42 : Voir [Att-Che].

III.2 équation de Bernoulli [Att-Che] [Ber]

| Déf 43 ( quation de Bernoulli) :

| Prop 44 (Pseudo-Résolution) :

| Ex 45 : Voir [Att-Che].

III.3 équation de Riccati [Ber]

| Déf 46 (Riccati) :

| Prop 47 (Résolution semi-explicite) :

III.4 Utilisation des séries entières

| Ex 48 : Voir [Ber].

IV Partie D - Analyse qualitative

IV.1 Vodka-Lolterra [131] [Ber] [Hub-Wes]

| Déf 49 (Système Proie-Prédateur) :

Thm 50 (Solution) :

| Ex 51 : [Annexe : Dessin des intégrales premières]

Rem 52 : Cas de la pêche.

IV.2 Systèmes autonomes [Hub-Wes] [Ber] [Ben-Gav]

| Déf 53 ( quation autonome) :

| Déf 54 (Trajectoire) :

| Déf 55 (Courbe de niveau) :

| Déf 56 (Isocline) :

| Ex 57 : Voir [Ber] + [Annexe : Dessin du portrait de phase]

| Ex 58 (Oscillateur non-amorti) : [Annexe : Dessin du portrait de phase]

IV.3 Point d'équilibres [Ber]

| Déf 59 (Point d'équilibre) :

| Déf 60 (Stabilité) :

Thm 61 (Stabilité cas linéaire) :

Thm 62 (Stabilité par linéarisation) :

| Contre-Ex 63 :

| Ex 64 (Pendule simple) :

| Déf 65 (Fonction de Lyapunov) :

 Dév 66 (Stabilité de Lyapunov) :

| Ex 67 : Exemples voir [Ber] ou [Ben-Gav]