

Leçon 235 : Problèmes d'interversion de symboles en analyse

Cadre : On considérera $(X, d_X), (Y, d_Y)$ des espaces métriques, $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ et (f_n) une suite de fonctions tel que $f_n : X \rightarrow Y$.

I) Continuité, suites et séries de fonctions

1) Continuité et convergence uniforme

[MP DES, ELAM1]

- Caract seq de la cté, unif C^0 implique C^0 et rec avec thm de Heine
- Définition cvs/cvu et implications (sur la cté)
- Thm double limite, intégration limite

2) Suites et séries de fonctions [ELAM]

- Def cvs/cvu, interversion somme et limite
- Intégration terme à terme, dvt $^\circ$ terme à terme

II) Théorie de l'intégration

Soient $(X, \mathcal{A}, \mu)$ et $(Y, \mathcal{B}, \nu)$ des espaces mesurés.

1) Convergence sous le signe intégral [BP]

- Beppo-Levi
- Fatou
- TCVD

2) Transfert de régularité aux intégrales à paramètres [QUEF]

- Continuité
- Dérivation et C^k
- [Intégrale de Dirichlet](#)

3) Intégrales multiples [BP]

- Fubini-Tonelli
- Fubini-Lesbegue
- Application aux séries doubles

III) Applications

1) Application aux probabilités [WA]

- Linéarité de l'espérance
- Espérance d'un produit dans le cas indep
- Variance d'une somme dans le cas indep.
- [Théorème de Lévy et TCL](#)

2) Transformée de Fourier [ELAM]

- Définition, cté (par thm continuité sous le signe intégral)
- Transformée d'une convolée
- Formule de dualité
- Injectivité de la transformée de Fourier
- Formule de dérivation
- [Principe d'incertitude suédois](#)