

Leçon 191 : Exemple d'utilisation des techniques d'algèbre en géométrie.

I) Géométrie affine [MER,TAU]

1) Espaces affines

- Définition
- Direction espace affine
- Sous-espaces affines

2) Barycentres

- Définition
- Homogénéité, associativité, commutativité
- L'espace affine engendré par une partie est l'ensemble de ses barycentres
- Isobarycentre
- Suite de polygones
- Coordonnées barycentriques
- Les médianes d'un triangle se coupent en un unique point qui est l'isobarycentre (on utilise les systèmes linéaires ou le déterminant)

II) Géométrie euclidienne

1) Groupe des isométries vectorielles [PERR,GRI]

(a) Définitions et propriétés

- Définition et propriété de groupe
- Définition symétrie (+orthogonale), réflexion, renversement
- Générateurs de $O(E)$ et $SO(E)$

(b) Vision matricielle

- $AA^T = I_n$
- $O_n(\mathbb{R})$ est compact
- Ecriture matricielle et cas de la dimension 2 et 3
- $SO_3(\mathbb{R})$ est simple

2) Projection orthogonale

- Projection sur un convexe fermé
- Projection sur un sev en dimension finie
- Expression du projecteur
- Projecteur sur une droite

III) Déterminant

1) Aire et volume [GRI]

- Aire et volume
- Orientation

2) Matrices de Gram et applications [GOU]

- Définition et propriétés
- Inégalité de Hadamard et app
- Interprétation géométrique : l'aire d'un parallélépipède est maximale lorsque la famille est orthogonale (i.e on a un pavé droit)

3) Résultant [SZPI]

- Matrice de Sylvester et résultant
- A et B premiers entre eux $\iff R(A,B) \neq 0$
- Interprétation en terme d'intersection de courbes
- Théorème de Bézout faible