

Leçon 214

Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Illustrations en analyse et en géométrie.

I - Théorèmes d'inversion et théorème des fonctions implicites

II - Applications

III - Sous-variétés de $\mathbb{R}^n$

Dev 1 : Lemme de Morse

Dev 2 : Extrema liés

I - Théorèmes d'inversion et théorème des fonctions implicites

1) Théorèmes d'inversions : def diffeo, inv loc, globale, app : surj de l'exp, exemples, [dev 1](#) [\[Rom24\]](#), [\[BMP04\]](#)

2) Théorèmes des fonctions implicites : def diff partielle, thm des fcts implicites, diff de la fct implicite, tangente, exemples [\[Rom24\]](#), [\[BMP04\]](#), [\[Gou08\]](#)

II - Applications

1) Etude locale de courbes et de surfaces : methode, app à deux courbes et une surface : exos 9.7/8/9 [\[Rom24\]](#)

2) Existence et continuité de racines : racines de matrices, racines simples de polynômes, polynômes SARS, approx et DL de racines [\[BMP04\]](#), [\[Rou15\]](#)

3) Changement de coordonnées : def chgt de coordonnées, thm du chgt de coordonnées, app : cdv pour une intégrale double, thm du rg cst [\[Rou15\]](#)

III - Sous-variétés de $\mathbb{R}^n$

1) Définitions et caractérisations : première def, ex, def équivalentes, exemples [\[Laf23\]](#)

2) Espaces tangents : def, def équivalentes, structure de sea, dimension, exemples [\[Laf23\]](#), [\[CG18\]](#)

3) Optimisation sous contrainte : [dev 2](#), interprétation, applications : IAG, Hadamard, thm spectral, min de la norme sur $SL_n(\mathbb{R})$ [\[BMP04\]](#), [\[Gou08\]](#), [\[Rou15\]](#)/[\[Rom24\]](#)

Références

- [BMP04] Vincent BECK, Jérôme MALICK et Gabriel PEYRÉ. *Objectif agrégation : Mathématiques*. H&K, 2004.
- [CG18] Philippe CALDERO et Jérôme GERMONI. *Nouvelles histoires hédonistes de groupes et de géométries. Tome Second*. Calvage & Mounet, 2018.
- [Gou08] Xavier GOURDON. *Les maths en tête : Analyse : Mathématiques pour MP**. Ellipses, 2008.
- [Laf23] J. LAFONTAINE. *Introduction aux variétés différentielles*. EDP sciences, 2023.
- [Rom24] Jean-Etienne ROMBALDI. *Mathématiques pour l'agrégation Externe : Analyse*. De Boeck supérieur, 2024.
- [Rou15] François ROUVIÈRE. *Petit Guide de Calcul Différentiel : A l'usage de la licence et de l'agrégation*. Cassini, 2015.