

Leçon 215

Applications différentiables définies sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$. Exemples et applications.

I - Différentiabilité

II - Recherche d'équilibres

III - Géométrie différentielle

Dev 1 : Lemme de Morse

Dev 2 : Extrema liés

I - Différentiabilité

1) Définition et premières propriétés : def, props, règles de calcul, IAF, TAF, exemples, cas dim 1 [Rom24]

2) Différentielles partielles : def, lien avec la différentielle (implication et réciproque si dérivées partielles continues), C^1 ssi les dérivées partielles sont C^0 sur un ouvert, contre-ex, exemples [Rom24], def jacobienne, jacobien [Gou08]

3) Différentielles d'ordre supérieur : def C^n , thm de Schwarz, expression via dérivées partielles, formules de Taylor, exemples [Rom24], Hessienne [Gou08], dev 1

II - Recherche d'équilibres

1) Recherche d'extremums de fonctions différentiables : def pt critique, extremum $\Rightarrow$ pt critique, réciproque via la Hessienne, ex et contre-ex, moindres carrés [Rom24], [Rou15]

2) Cas des fonctions convexes : def convexité pour les C^1 , C^2 , existence/unicité des extremums, exemples [Rom24], descente de gradient [Les+20]

3) Linéarisation d'équations différentielles : def stable, attractive, asymptotiquement stable, équivalences cas constant, lien valeurs propres [Ber17] Liapounov [Rou15]

III - Géométrie différentielle

1) Inversions locale et globale : Thm d'inversion locale, globale, fonctions implicites, exemples [Rom24]/[Rou15]

2) Sous-variété de $\mathbb{R}^n$: différentes defs et équivalences [Laf23], exemples [Rou15]

3) Espaces tangents et extrema liés : différentes defs, exemples, dev 2 et applications [Laf23], [Rou15]

Références

- [Ber17] Florent BERTHELIN. *Equations différentielles*. Cassini, 2017.
- [Gou08] Xavier GOURDON. *Les maths en tête : Analyse : Mathématiques pour MP**. Ellipses, 2008.
- [Laf23] J. LAFONTAINE. *Introduction aux variétés différentielles*. EDP sciences, 2023.
- [Les+20] Didier LESESVRE, Pierre MONTAGNON, Pierre LE BARBENCHON et Théo PIERRON. *131 développements pour l'oral : Agrégation externe mathématiques-informatique*. Dunod, 2020.
- [Rom24] Jean-Etienne ROMBALDI. *Mathématiques pour l'agrégation Externe : Analyse*. De Boeck supérieur, 2024.
- [Rou15] François ROUVIÈRE. *Petit Guide de Calcul Différentiel : A l'usage de la licence et de l'agrégation*. Cassini, 2015.