

Leçon 190

Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.

I - Méthodes combinatoires

II - Dénombrement en analyse

III - Dénombrement en algèbre

Dev 1 : Dénombrement des matrices diagonalisables de $M_n(\mathbb{F}_q)$

Dev 2 : Dénombrement des polynômes irréductibles sur $\mathbb{F}_q$

I - Méthodes combinatoires

1) Ensembles finis : ensembles finis, crible de Poincaré, cardinal d'une puissance, des parties d'un ensemble, d'un produit, lemme des bergers [Gou21], automorphismes de $\mathfrak{S}_n$

2) Arrangements et combinaisons : defs, formules, inversion, nb fctcs inj/surj/bij, binôme de Newton, Vandermonde, multinôme, nb de fctcs croissantes [Gou21]

3) Via les actions de groupes : def action, orb-stab, formule des classes, Burnside, applications [Ber18]

II - Dénombrement en analyse

1) Probabilités sur un ensemble fini : def mesure proba uniforme, marche aléatoire, anniv, exo cartes, indicatrice d'Euler via les probas (Source : tqft)

2) Séries génératrices : def, identification, Vandermonde, nb de Bell/Catalan/dérangements, nb de pts fixes d'une permutation aléatoire [FGN07], [Gou21]

III - Dénombrement en algèbre

1) Groupes projectifs sur les corps finis : cardinaux $\mathrm{GL}_n(\mathbb{F}_q)$, SL_n , PGL , PSL , isomorphismes exceptionnels [CG18]

2) Sur les espaces de matrices : nb de : nilpotentes, [dev 1], trigonalisables, d'image fixée, de rg fixé, de formes quadratiques de rg fixé, taille d'une classe de sim diag [CG18]

3) Polynômes irréductibles sur $\mathbb{F}_q$: fct de Moebius, inversion, [dev 2][Ber18]

Références

- [Ber18] Grégory BERTHUY. *Algèbre : Le grand combat*. Calvage & Mounet, 2018.
- [CG18] Philippe CALDERO et Jérôme GERMONI. *Nouvelles histoires hédonistes de groupes et de géométries. Tome Second*. Calvage & Mounet, 2018.
- [FGN07] Serge FRANCINO, Hervé GIANELLA et Serge NICOLAS. *Oraux X/ENS Algèbre 1*. Cassini, 2007.
- [Gou21] Xavier GOURDON. *Les maths en tête. Algèbre et probabilités*. ELLIPSES, 2021.