

Leçon 250

Transformation de Fourier. Applications.

I - Transformation de Fourier dans $L^1(\mathbb{R})$

II - Transformation de Fourier dans $L^2(\mathbb{R})$ et $\mathcal{S}(\mathbb{R})$

III - Applications

Dev 1 : Injectivité de la transformée de Fourier

Dev 2 : Théorème de Lévy et TCL

I - Transformation de Fourier dans $L^1(\mathbb{R})$

1) Définition et propriétés : def, propriétés dans L^1 , règles de calcul, dérivées, exemples [E1 08]

2) Convolution : def, règles de calcul, approximation de l'unité, exemples, régularité, densité des fct régulières dans L^p , dev 1 [Far06], [E1 08]

3) Inversion de Fourier : $\widehat{f * g} = \widehat{f} \cdot \widehat{g}$, inversion, cas ponctuel, Plancherel L^1 [E1 08]

II - Transformation de Fourier dans $L^2(\mathbb{R})$ et $\mathcal{S}(\mathbb{R})$

1) Dans $L^2(\mathbb{R})$: extension à L^2 , compatibilité L^1 , formule de dualité, convolution L^2 , isométrie de Plancherel [E1 08]

2) Dans $\mathcal{S}(\mathbb{R})$: def, propriétés de stabilité, la transformation de Fourier y est bijective, densité, exemples [E1 08]

III - Applications

1) Traitement du signal : interprétation $\widehat{f}$ =spectre, formule de poisson, échantillonnage de Shannon, principe d'incertitude, interprétations [Ber24]

2) Equations aux dérivées partielles : equations de Laplace, problème de Dirichlet, équation des cordes vibrantes + calculs intermédiaires [E1 08]

2) Fonction caractéristique : def, lien dans le cas d'une va à densité, exemple, caractérisation loi, dev 2 [App24]

Références

- [App24] Walter APPEL. *Mathématiques pour l'agrégation Externe*. De Boeck supérieur, 2024.
- [Ber24] Julien BERNIS. *Analyse pour l'agrégation de Mathématiques : 40 développements*. Ellipses, 2024.
- [El 08] Mohammed EL AMRANI. *Analyse de fourier dans les espaces fonctionnels niveau M1*. Ellipses, 2008.
- [Far06] Jacques FARAUD. *Calcul intégral*. EDP Sciences, 2006.