

22.4 Exemples de développements asymptotiques de suites et fonctions

Plan:

I. Généralités

a) Relations de comparaisons [GOU]

- 2.1: définitions $o, O, \sim + \text{rmq}$ p. 87-89
- faire quelques ex.

b) Développements asymptotiques [GOU]

- 2.2: échelle comparaison + ex + def DA + unité p. 88 [GOU]

c) Développements limites [GOU]

- 2.3: def DA + rmq + unité + prop DL odd et dérivé + rmq DL odd.
- + prop fct paire/impair. p. 89 [GOU]
- Taylor Young p. 76 [GOU]
- 2.3: DL fonction e^x p. 89 [GOU]

d) Opérations sur les développements limites [GOU] [RAM]

- 2.4: intégration + dérivation + somme, produit, quotient + composé p. 90 [GOU]
- DL réciproque p. 74 [RAM]
- faire rmq DL usuels + faire annuler p. 91 [GOU]
- Donner exemples voir exo 1, 2 p. 92-95 [GOU]

II. Développements asymptotiques de suites

a) Suites numériques [GOU]

- équivalents sommes partielles et restes (faire tableau) + comparaison avec intégrale + $u_n = \log(n) + \gamma + o(1)$ + série de Bertrand p. 10-212 [GOU]
- exo 1.1 $\sum_{k=1}^n \log(k) = \log^2(n) + C + o(1)$ p. 226 [GOU]

b) Suites récurrentes [BER] [GOU]

- Exo 2 moyenne Casse p. 203 [GOU]
- suite def. par rec + ex qui suit p. 145 [BER]
- appli à $u_{n+1} = \arctan(u_n)$ DEV1

c) D'autres exemples [GOU] [RAM]

- formule de Wallis p. 120 [GOU] DEV2
- Formule de Stirling p. 219 [GOU]
- exo 7 $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$, $u_0 = 1$, $u_n = \sqrt{n} + \frac{1}{2} + o(1)$ p. 207-208 [GOU]
- exo 2.46 an racine de $x^{2n} - 2n x + 1$, $a_n = \dots$ p. 127-128 [RAM]

• exo. 2.47: $u_n^2 + n u_n - 1 = 0$ $u_n = \dots$ p. 128 [RAM]

III. Développements asymptotiques de fonctions

a) Fonctions définies par une intégrale [GOU]

- 4.2: relation de comparaison et intégrales p. 63 [GOU]
- exo 8: DA fonction ζ p. 113 [GOU]

b) Fonctions définies par une série [GOU]

- problème 22: DA ζ [GOU] p. 302
- exo 7 p. 153 [GOU]

Références

[GOU]: Gourdon, Analyse 3ed

[RAM]: Ramis, Deschamps, Odeurs, cours de math 3.

[BER]: Bermin, dev. asyres

[RAM]: Ramis, cours X-ENS Analyse 1.

Commentaires

- Savoir refaire les exemples