

# 159 : Formes linéaires et dualité en dimension finie

## Exemples et applications :

### I. Dualité, espace dual :

Heuristique à l'oral :  
[Gri 83-84]

#### 1. Formes linéaires :

Déf : [Gri 84] forme linéaire.

Ex : [Esc 186] Exo 10.2 es de formes linéaires.  
+ diff. dfa

#### 2. Espace dual :

Déf : [Gou 132] Espace dual

Déf : forme linéaire coordonnée [Gou 133]

Déf/Prop : Base duale +  $E \cong E^*$  non-canon [Gaudon 133]

Ex : [Gri 86] calcul de base duale

App : [Gri 87] indép. de formes linéaires

Prop : [Gou 136] Changement de base dans le dual

#### 3. Base anti-duale et bi-duale

Déf/prop : [Gou 133][Gri 88] Bi-duale  $E \cong E^{**}$  canonig

Déf : [Gou 133] anti-duale

Ex : [Gri 97 exo 34] calcul de base anti-duale  
ou [Gou 137]

## II. Orthogonalité, hyperplans et application transposée :

## 1. Orthogonalité:

Déf : [Gou 134]  $A^\perp, B^\circ$  (déf 4) Ex : [Esc p 186]

Prop : [Gou 134] prop 2  $A \subset A'$  --

Thm : [Gou 134]  $\dim(A^\perp), \dim(B^\circ)$  (Thm 3)

Coro : [Gou 134]  $F \subset E$   $F = E$  ssi  $F^\perp = \{0\}$  en dim finie

Coro : [Gou 134]  $(F^\perp)^\circ = F$   $(G^\circ)^\perp = G$

Corollaire : [Gou 134] Coro 1. équation sous-espace à l'oral  
(Ex : lien avec la résolue de sys. linéaires [Gou 91+43])

Prop : [Gou 135] Lien somme et  $\cap$

## 2. Hyperplan:

Déf : [Gou 120] Hyperplan / codim (Déf 5)

Prop : [Gou 120]  $F \oplus S = E$  [Prop 2]

Coro : tout hyperplan est supp  $\langle x_0 \rangle$

Prop : [Gou 135] prop 4.  $\text{Hyp} = \ker(\varphi)$

Ex : [Esc 179] équation d'un hyperplan

Prop : [Gou 135] prop 5

## 3. Application transposée:

Déf : [Gou 135] Déf 5 app. transposée [Illustré Esc 184]

Prop : [Gou 135] Prop 6 lien  $\ker / \text{im}$ .

Ppte : [Gou 136] prop 7

Prop : [Esc 185] prop 1. matrice de la transposée + ppts.

Prop : [Gou 136] prop 8

App : [Gou 174] Thm 3

App : [Gou 176] Thm 5 (30)

↖ à l'oral plutôt

### III Applications

#### 1. Espaces euclidiens et hermitiens

Prop : [Rom 718] Lemme 22.1

Prop/déf : [Esc 356] endo adjoint

Prop : [Grifone 262] exo 21

#### 2. Hyperplans et convexité

Thm : [séparation des convexes] [Tavel 84 Thm 5.6.3]  
+ Thm 5.6.1 p83

+ formula<sup>e</sup> avec des formes linéaires [OA 97]

Thm : [Brennmann 166] Décomp. polaire

Thm : [Brennmann 166] Carathéodory

Prop : [ " " ] 26.5

Coroll : [ " " ] 26.6

Thm : [ " " ] 26.7

DVT

#### 2) Application au calcul diff. (espace tan, TEL)

Déf : [Rou 198] Déf 5.2

Déf : [Rou 197] 5.1

Thm. : [Rou 199] 5.9

thm : [Rou 372] 7.2.

Ex : [Rou 374]  $x^2 + y^2$