

203: Approx. pour fct reg. ex et appli

Plan:

I - Approximation polynomiale

a) Approximation locale CROM

- 10.1: Taylor Lagrange + ineq Taylor-Lagrange p.237-238 CROM
- 10.2: Taylor reste intégral p.238-239 CROM
- 9.2.9: Polynôme interpolateur de Lagrange p.257 CROM

b) Approximation uniforme sur un compact CHIR

- 1.: Lemme de Dini p.25 CHIR
- 2.: def. partie séparables et réticulés + Hm. 2.2 + ex fct lip + Hm 2.3 (S.W.) + Hm. 2.4 (S.W dans C) p.28-30 CHIR

II - Approximation de fonctions intégrables

a) quelques résultats de densité CBRT

- 9.4: fct étayé intégrable... + lemme sur densité + densité réelier support compact... + densité continue support compact p.170-171 CBRT
- 9.5: densité étayé dans L^∞ .

b) Produit de convolution CEQ CBRT

- def. formel produit de convol + cas où il a du sens p.324-325 CEQ
- 11.1: def. translation + Hm sur petites translation + continuité p.291-292 CBRT
- dérivation convol + support p.325-326 CEQ
- 11.3: $L^p \times L^q$ + algèbre $(L^1, +, \cdot, *)$... p.297 + 300 CBRT

c) Approximation de l'unité CBRT CEQ

- 11.4: def. approx. unité + rmg sur $(\mathcal{R})_{\mathbb{R}^n}$ + ex. noyau Gauss + prop. a) 14
 $\int \mathbb{1}_A = 1, \mathbb{1}_A = \frac{1}{\epsilon} \mathbb{1}_{\epsilon A}$ approx. ... + $\int f \otimes \mathbb{1}_\epsilon \xrightarrow{\|\cdot\|_1} \int f$ p.302-303 CBRT
- 11.5: def suite reg. p.307 CBRT
- 3° existe p $\mathbb{C}^\infty$... + ex + 1° existe θ ... + notation $p_\epsilon = \frac{1}{\epsilon} p(\frac{x}{\epsilon})$
+ p_ϵ régularisante + L^p densé dans L^p + $f \in L^p, p_\epsilon * f \rightarrow f$ + $\mathbb{C}^\infty$ densé dans L^p p.327-332 CEQ DEV 1

III - Approximation de fonctions périodiques

a) Généralités CELAM

- Chap. 4.2: def en + def pol. trig + approx. par pol. trig p.172 CELAM
- Chap. 4.3: def. coef. fourier + rmg pour $f \in L^1$ + produit de convol. + Lemme Riemann Lebesgue + $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n(f) = 0$ + $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}(\mathbb{T})$ morphisme...

+ def série de Fourier + Hm si $\sum U_n e^{inx}$ cv... p.173-178 CELAM

b) Convergence au sens de Cesàro et noyau trigonométrique CELAM (GOV)

• Chap. 4.4: def somme de Cesàro + cv au sens de Cesàro + lemme:

si $U_n \rightarrow p \Rightarrow \frac{1}{n} \sum U_n \rightarrow p$ + corollaire p.171-172 CELAM

• Chap. 4.5: def D_n + ppt D_n p.175 CELAM

• Banach-Steinhaus + ex série de Fourier div. p.184-185 CELAM

• Chap. 4.5: noyau Fejér + prop. K_n p.185 CELAM

• Chap. 4.6: Hm Fejér + rmg espace hilbertien + rmg Hm Uniforme

c) Convergence des séries de Fourier CELAM CEQ

• 6: Formule de Parseval + Hm si $(S_n(f))$ cv... + si $f \in \mathcal{C}^1$ et $f' \in L^1$ alors cv + si $c_n(f) = c_n(g) \Rightarrow f = g$ + rmg $L^1 \rightarrow \mathcal{C}(\mathbb{T})$ injectif + Hm Dirichlet p.193-196 CELAM

• équation de la chaleur p. CEQ DEV 2

Références:

CEQ: Ramisaldi, éléments d'analyse réelle

CBRT: Briane. Payen, théorie intégration

CHIR: Hirsch-Lacombe, éléments d'analyse fonctionnelle

CEQ: Zuijly, Queffelec, analyse pour l'algèbre

GOV: Goursat, Analyse réel

CELAM: El Amrani, Analyse Fourier

Commentaires:

- I b) voir 203

- II voir 239 + 239.