

161: Espaces vectoriels et affines Euclidiens. Distances et isométries

Plan:

I. Auteur: de la notion de distance dans un espace euclidien

a) Généralités [TAUS][GOU][LI]

- 4.2: distance dans un espace affine + inv par trans + distance à une partie
- 1-1p + $d(A, B) = 0$ si ... p.57-58 [TAUS]
- distance entre 2 parties p.8 [GOU]
- Thm de proj. sur un convexe + proj. sur un conv. fermé + $U = F \cap F^\perp$ p.32-36 [LI]
- projection espace affine p.53 [TAUS]

b) Distance de 2 sous-espaces et matrice de Gram [GOU][TAUS]

- 3.9: def. mat. Gram + thm $\text{Gram}(x)$ + ineq. Hilbert p.275 [GOU] **DEV 1**
- 4.9: $\pi_{\mathcal{G}}(A)$ est ... + $d^2(A, \mathcal{G}) = \dots$ + cor. + thm $d^2(\mathcal{G}, \mathcal{F})$ p.60 [TAUS]

II. Isométries vectorielles et affines

a) Isométries vectorielles [GRI][PER]

- 7.3: def. isométrie + caract. + inv $f \circ f = Id$ + p.17p + caract. par base orthonormée
- $O_n(\mathbb{R})$ + $\det O_n(\mathbb{R})$ + $S_n(\mathbb{R})$ + matrice de passage p.233-241 [GRI]
- def. réflexion et renversement p.125 [PER]
- $O(E)$ engendré par réflex. et $S(O(E))$ eng. par renversement p.193 [PER]

b) Isométries affines [TAUS]

- 6.1: def. isométrie affine + caract. + $Io(E)$ say $\mathcal{G}(A, E)$ + prop. avec dot + Io et Io^* + thm avec base affine + Io^* uniquement ... + thm qui suit p.81-83 [TAUS]
- 4.3: def. symétrie, réflexion, retournement p.53 [TAUS]
- 4.3: def. perpendiculaire p.53 [TAUS] (beaucoup pour prop. qui va suivre)
- 6.2: thm 6.2.4, $f \in Io(E)$, $\exists! t, h$ tq $f = t \circ h$... + thm 6.2.6: $t = G \circ G^\perp$... p.81-83 [TAUS]
- 6.4: thm 6.4.2 $f \in Io(E)$ si point fixe ... p.97 [TAUS]
- 6.3: thm 6.3.3 (1) $\mathcal{G}$ perpendiculaire ... + cor. 6.3.4 translation produit de $\mathcal{G}$ retournement p.36 [TAUS]
- 6.4: thm 6.4.2: f pas transp. produit de $\mathcal{G}$ retournement p.98 [TAUS]

III. Etude en dimension 2 et 3

a) Isométries vectorielles [GRI]

Dimension 2:

- 7.10: prop. 7.25: matrices avec cos, sin + dessin annexes p.244 [GRI]

Dimension 3:

- 7.10: écriture matrice + inv sur ce qui est à après le dessin + prop. avec tr + dessins annexes p.245-246 [GRI]

b) Isométrie affine [TAUS]

Dimension 2:

- 6.6: prop. orthonormée + deux déplacements et emb. + cor. p.101 [TAUS]

Dimension 3:

- 6.7: prop. sur axes relat. + 6.7.3 en inv + def. virage + def. / prop. virage des unités de comp. + thm 6.7.6 deux déplacements et retournement + 6.7.7: rotation et symétrie de 2 plans + 6.7.9 les virages symétrie et prop. p.101-103 [TAUS]

IV. Parties conservées pour une isométrie

a) Polygones réguliers [GRI]

- Thm 3.9.3: def. gip dérivée + thm qui suit + double après la preuve + $Io(\Gamma_n)$... p.87-88 [GRI]

b) Isométries des cubes [GRI]

- 3.9.9: Contexte du cube + dessin annexes + thm 3.2.1 + lemme 3.2 (stat. det. par ...) + 3.12 $Io(\mathcal{C}) \cong S_4 \times \mathbb{Z}_2$ p.88-92 [GRI] **DEV 2**

Commentaires:

- Lesons qui à l'air longues à cause de **II b)**, au cas où maître continue matrices en annexes.
- Pour **II a)** cf. 153
- Dans **CTAUS** $\mathbb{V}_L$ c'est les points fixes
- L'ordre un peu différent dans **II b)** c'est pour les petits résultats qui a beaucoup plus de démontrer les résultats pour description des is. affines (vu que je suis pas à l'école avec ça mdr)
- **GOU** c'est juste histoire de donner une ref.

Références:

- [LI]: Li, pour analyse fonctionnelle
- [TAUS]: Tauer, pour géométrie 2
- [GOU]: Goursat, Analyse
- [GRI]: Goursat, Alg. prob.
- [PER]: Perrin, Cours alg.
- [GRI]: Grigore, Alg. lin.
- [GRI]: Rombaldi, Alg. géo.