

159: Formes linéaires et dualité en dim. finie. Ex. et applis

Plan:

I. Esquisse dual [GOU][CVA]

- Tout 9.1: def. f.p. $E^* + E^{**}$ p. 132 [GOU]
- Tout 9.2: base duale + thm base duale + thm bi-duale + le 2 rmg + base orthoduale p. 133 - [GOU] + ex base duale p. 86 [GRI]
- appli à Taylor et Lagrange p. 4 [CVA] + appli $\{u, \dots, u_n\}$ à la ex p. 87 [GRI]

II. Orthogonalité et transposée

a) Généralités sur l'orthogonalité [GOU][GRI]

- 9.3: def A^t et B^t + ppt + thm sur dim. + rmg dim ∞ + eq rev dim. finie p. 139-135 [GOU] + ex p. 90 - [GRI] + ppt 1 et 0 p. 135 [GOU]

b) Orthogonalité et hyperplans [GOU]

- $\text{Ker}(P)$ = hyperplan + $U^\perp$ cotangente droite + rmg p. 135 [GOU]

c) Applications transposées

- Tout 9.4: def t + ppt $\text{Im}, \text{Ker}(f \circ g)$ + $t(u \circ v)$ + prop stabilité p. 135-136 [GOU]
- Tout 9.5: Application transposée et base + ppt rg + def base dual de dual p. 136 [GOU]

III. Applications

a) Formes quadratiques réelles [ROM]

- 15.1: forme bilinéaire ou f. p. p. - p. 464 + def form quad + cor p. 466 [ROM]
- 15.2: orthogonal d'une p. b. e + moyeu p. 468 + def. non deg p. 469 [ROM] + thm $\dim(F^t) \geq \dim(F)$, $F = F \circ F^t$ si non deg p. 470 DEV 1A [ROM]
- 15.3: Réduction de Gauss p. 471 + thm base or q diag + def base q-ortho p. 475 + thm $\text{Ker}(q) = \dots$ p. 476 [ROM]
- 15.4: thm $\Delta + t = rg(q)$ + def signature + caract signature (Sylvester) + cor. Sylvester p. 479-490 [ROM] DEV 1B

b) Calcul différentiel

(à voir quand j'aurais fait 214)

Références:

- [GOU]: Gouraud, algèbre et proba
- [CVA]: Callero, Sumet de voyage en Algèbre
- [GRI]: Grifone, Algèbre linéaire
- [ROM]: Reimboldi, alg. et géo. agrég.

Commentaires:

- Bien vendre le lien entre formes linéaires et formes quadratiques
- Bien détailler changement de Base
- L'ex. de [GRI] p. 86 à mettre juste après thm base duale