

B3: Valeurs propres, vecteurs propres. Calculs exacts ou approchés d'éléments propres. Applications.

I. Autoeurs des éléments propres

a) Éléments propres [MAN]

→ Tout $V.1$: def V_p , $\vec{V}_p$ et espace propre + V_p et $\vec{V}_p$ famille libre + cor: admet au n V_p + prop $\oplus$ + lien espace propre espace stable + lien V_p pol. min et annulateur $P.S. - S.G.MAN$
 → Tout $V.2$: def χ + pol (induit, espace stable) + lien V_p et χ + cor: dans E au moins 1 V_p def m_λ , espace cor + lien E et det V_p . p. 54-55. [MAN]

Rayon spectral et norme matricielle [MAN] [DOM]

→ Tout XIV.3: def ρ + prop $\rho(A) + \rho(A) \leq \|A\| + \lim A^k = 0$ si... + $\lim A^k = 0$
 + Gelfand + ρ continue p. 192-195 [MAN]

→ Appli resop system: Lemme: $\exists \mu, \nu$ t.q. $\|A\| \leq \rho(A) + \epsilon$ + méthode it p. 167

[DOM] DEV 1

II. Matrices à valeurs propres remarquables

a) Matrices auto-adjointes [GRIS] [ROM] [CM]

→ Hum spectral (et reformulation) p. 252 [GRIS] DEV 2
 → matrice hermitienne diag et toutes ses V_p réelles p. 237 [GRIS]
 → def S_n^+ et S_n^{++} p. 720 [ROM] + $A \in S_n^+$ si toutes $V_p \geq 0$ + $A \in S_n^{++}$ si...
 p. 721
 → Lemme: $S \in S_n^{++}$ $\|S\| = \rho(S)$ p. 351 [CAL] + exp $S_n \rightarrow S_n^{++}$ p. 357 [CAL]

b) Matrices nilpotentes [ROM]

→ 20.2: A nilp $\Rightarrow$ ovp et $\text{tr}(A) = 0$ + Koly. clac. A nilp. ovp + A nilp. ovp .
 p. 652-653 [ROM]

c) Matrices compagnons et matrices circulantes [MAN]

→ VI.4: def C_p + comment p. 71-72 [MAN]
 → VI.5: pol car C_p est P + CM p. 73-75 [MAN]
 → déterminant circulant diag p. 140 [GOU]

III. Reducible: approché

a) Localisation de valeurs propres complexes [ROM]

→ 20.3: def L_i, G_i, L, C + Hum Gerschgorin + cor + def diag. S , dom + cor
 + Hum Ostrowski. p. 640-643 [ROM]

b) Méthodes de calcul [CIA] [ALL]

→ 6.1: Méthode de Jacobi: thm 6.1 + construction A_2 + thm 6.1-2 p. 111-112 [CIA]
 → 13.2: Méthode la puissance + méthode puissance inverse p. 541-542 [ALL]

Références:

[MAN]: Hamouy, Red. endo
 [DOM]: Dumas, Ana. num à l'or et
 [GRIS]: Grifone, Algèbre lin.
 [ROM]: Romballi, Algèbre
 [CAL]: Caldero, VVP... T1
 [GOU]: Gaudin, Algèbre
 [CIA]: Ciabat, intro ana. num.
 [ALL]: Allaire, Ana. num.

Commentaires:

→ $S_n \rightarrow S_n^{++}$ le faire passer en appli. du rayon spectral
 - Cayley-Hamilton c'est une appli des matrices compagnons
 - Pour méthodes de calcul à mettre en admiso.