

151: Sous espaces stables par un endo. ou une famille d'endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.

Plan:

I. Sous espaces stables

a) Définitions et premières propriétés [MAN]

→ Tout 2.: def 8.1 + ex + ex 2 prop + Lem p. 17 [MAN] ^{prop 1.5 "si V annulé par $\text{Ker}(f)$, $\text{Ker}(g)$ stable"}

b) Endomorphisme induit sur un sous espace stable [MAN]

→ Tout 3.: def induit + prop. p. 17-18 [MAN]

c) Exemples de sous espaces stables [MAN]

→ Tout 4.: ex. herm, proj, symétrie, milpo. p. 18-19 [MAN]

→ Tout 5.: espace cyclique def + prop + rmq p. 19-20 [MAN]

→ parler d'endo cyclique def. + 2 caract (μ + commutant) p. 67-69 [MAN]

→ Cayley-Hamilton p. 33 [MAN]

d) Sous espaces stables et dualité [GOU]

→ Tout 9.4: def transposée + def orthogonal p. 139 [GOU] + prop 9.1, 9.2, 9.3
+ transposée composée + prop. stabilité. p. 135-136 [GOU]

II. Application à la réduction

a) Lemme des noyaux [GOU]

→ lemme noyau p. 185 [GOU] + rmq rappeler ^{+ Δ de Id} ex "Ker $P(\lambda)$ stable..."
rmq $\rightarrow$ découper en sous espaces stables

b) Diagonalisation [MAN]

→ Tout 2.: Tous les critères de diag exels, surtout parler prop. 7.12 sur sous espace stable p. 30-39 [MAN]

→ 3.: Hm. 3.3 co-diag p. 94 [MAN]

c) Trigonalisation [MAN]

→ Tout 1.: Tous les critères usuels p. 105-106 [MAN]

→ 2.: co-trig p. 107 [MAN]

d) Dunford [GOU] [ROM]

→ prop. 1 (lemme pour Dunford) + Hm 3 (Dunford Bin) p. 209-205 [GOU]

→ appli. coop. p. 751-752 [ROM]

DEV1

III. Endomorphismes remarquables

a) Endomorphismes normaux [GOU]

→ def endo-normal (même pour euclidien hermitien) + Hm. 2.13 (diag. normale herm.) p. 288 [GRI] ou p. 270 [GOU]

→ red. end. normal (euc) p. 271 [GOU]

b) Endomorphismes auto-adjoints:

→ red. endo. auto adj (hermitien) ($\neq$ avec normale $\rightarrow$ up réelles)

def auto-adjoint (euc ou herm) p. 287 [GRI]

p. 287 [GRI]

$\rightarrow$ Hm spectral p. 294 [GRI] DEV2

c) Endomorphismes semi-simples [GOU]

$\rightarrow$ problème issu de [GOU]: def + q. 1b) + φ semi simple ex + rmq alg. clos + 2a) + 2b)
p. 236 [GOU]

Références:

[MAN]: Mamouy, réduction des endo.

[GOU]: Gouraud, Algèbre et proba

[ROM]: Rombauti, Algèbre et géo. pour l'agreg

[GRI]: Griffon, Algèbre linéaire

Commentaires:

- Transition de II.a) à II. b) en mode "endo-normal car quel que diag, mais certains endo normale sont diag. c'est les auto-adjoints
- Co-diag intervient de manière cruciale dans la démo du thm spectral
- Si pas au point sur semi-simple, enlève le.