

149: Déterminant. Ea et appli.

Plans:

I. Autours du déterminant

a) Formes multilinéaires [GOU]

→ Taut S.1 (def forme p-linéaire + alternée + antisymétrique + const (thm.1) + lien système lié + cor. + antisymétrisation forme p-linéaire) p.140-141 [GOU]

b) Déterminants: [GOU]

→ Taut S.2: "3! forme p-linéaire ... + def det + rmq dgt de base + thm famille liée ASG + det endo et ppt + det matrice et ppt. → Dans les ppt ne pas mettre det par blocs. p.141-142 [GOU].

II. Calcul de déterminants

a) Cofacteur et calcul de déterminants [GRI]

→ def. 9.15 (cofacteur) + ee. + rmq + thm 9.16 + ee p.147-149 [GRI]

b) Opérations sur les lignes et colonnes [GRI]

→ rappel prop. (det change pas si ...) + rappel prop. (det mat. tri.) + dir. qu'en échelonnant et en mettant des 0 c'est plus simple (voir un peu le tableau de [GRI] p.119-120.

c) Déterminants remarquables [GRI] [GOU] [ISEN]

→ det par blocs p.138 [GRI]
→ det Vandermonde p.145 [GOU]
→ det circulant p.140 [GOU] + suite de polygones p.338 [ISEN] Δ DEV1

III. Applications en algèbre

a) Déterminants et théorie du rang [GRI]

thm. 9.23 + def mineur + thm. 9.24 + def. coord. (9.25) + ee + thm. 9.26 + ee + thm. 9.27 + thm. 9.28 + faire une remarque "en échelonnant ..." p.129-129 [GRI]

b) Systèmes linéaires [GRI]

→ expression matricielle système + def. S.1 (systm Cramér) + thm S.2 + ee p.143-146 [GRI] + critère Sylvester p.981 [ROM] + LU p.673 [ROM] + Cramer p.942 [ZUS] Δ DEV1

c) Polynômes caractéristiques et recherche de valeurs propres [GRI]

→ table recherche de vp → trad det (j - λ Id) + prop 6.3 + ee p.151-152 [GRI]

d) Déterminants et géométrie [GRI] [GOU]

→ tableau Jim p.129 + dessin et rmq aire < 0 + thm 9.29

+ thm 9.30 p.129-133 [GRI]

→ det. Gram p.275 [GOU] + $G(a_1, \dots, a_n) \leq \pi \|a_i\|$ (mro ref?) + Ineq Hadamard

$|\det(a_1, \dots, a_n)| \leq \pi \|a_i\|_2$ (cf dev) DEV 2

IV. Déterminant et analyse

a) Régularité [GOU]

→ det C⁰ + différentiable p.333 [GOU]

b) Calcul intégral [GRI]

→ rappels p.255 + thm du p.256 + coord. pol. p.261 + $\int e^{-x^2}$ p.262 [GRI]

References:

[GOU]: Gaudier, algèbre et proba.

[GRI]: Grifonne, Algèbre linéaire.

[ISEN]: Isenmann, Pécotte, Orat & Lagrez. Δ

[GOU]: Gaudier, Analyse (2ed).

[GRI]: Briane, Bès, théorie intégration.

[ZUS]: Zilli, Analyse numérique et opt. [ROM]: Rombati, Algèbre et géométrie

Commentaires:

- Déterminant circulant et suite de pol. C'est un peu U.S. je trouve, mais j'ai rien d'autre ... quand on diagonalise matrice circulante

- J'ai ajouté après LU et Cholesky, LU il y a des hypothèses sur les co-facteurs ce qui permet de simplifier système linéaire (on peut voir comme une appli. des cofacteurs/det) et pour Cholesky on utilise det A = $\pi \sqrt{p}$ et quelques ppt. det.

↳ Beaucoup faut apporter quelques changements au plan:

Δ Echanger III b) et III c)

Δ Ajouter lien vp. det dans III c) Pol. car. ... dans CHAUS p.56

Δ Avant LU-Cholesky ajouter critère Sylvester p.981 [ROM]

(Ces changements seront fait quand leçon sera redigé)

- Surtout mettre "par 5 points passe une unique conique (dans II d)