262 : Convergence d'une suite de variables aléatoires. Théorèmes limites. Exemples et applications.

Cadre : $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ un espace probabilisé. λ la mesure de LEBESGUE. $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de variables aléatoires.

I) Les différents modes de convergence

A) Convergence presque-sûre

Définition de la convergence presque-sûre, stabilité par somme et multiplication par un réel. Exemple. Critère fondamental de la convergence presque-sûre. **DEV** 1 : INÉGALITÉ DE HOEFFDING.

B) Convergence L^p

Définition, équi-intégrabilité, exemple. Caractérisation de la convergence dans L^p.

C) Convergence en probabilité, comparaison

Définition, stabilité par somme. Exemple. Convergence p.s. $\Rightarrow L^p \Rightarrow$ probabilité. Contre-exemples.

II) Convergence en loi

Définition, cas des variables aléatoires discrètes. Exemples. Théorème du Portmanteau. Un exemple : **DEV** 2 : MARCHE ALÉATOIRE SUR $[0, 1]$. Théorème de LÉVY.

III) Théorèmes limites

A) Lois des grand nombres

Lemmes de BOREL-CANTELLI, application. Lois faibles des grands nombres. Applications aux probabilités et fréquences asymptotiques.

B) Théorème central limite

T.C.L., applications.

IV) Chaîne de markov

Définition, exemples, matrices stochastiques. Opérateur de translation, MARKOV forte, exemples.

ANNEXES : Implications successives des différents modes de convergence. Marché aléatoire sur $[0, 1]$, sur $\mathbb{Z}$, matrice stochastique et graphe associé.

Références :

- GARET-KURTZMANN
- OUVRARD 2
- BARBE-LEDOUX