246 : Séries de FOURIER. Exemples et applications.

I) **Généralités**

A) Définitions, propriétés

L'espace préhilbertien $\mathcal{C}_{2\pi}(\mathbb{R},\mathbb{C})$. Familles orthonormées et orthogonales de $\mathcal{C}_{2\pi}(\mathbb{R},\mathbb{C})$. Définitions des coefficients de FOURIER exponentiel et trigonométriques et leur lien. Propriétés. Série de FOURIER,

B) Égalité de PARSEVAL

Orthogonalité à $\mathcal{P}_N$. Inégalité de BESSEL. Application à la convergence des coefficients de FOURIER. Convolution dans $\mathcal{C}_{2\pi}(\mathbb{R},\mathbb{C})$, propriétés. Théorème de PARSEVAL, convergence quadratique. Applications à l'inégalité de WIRTINGER, aux calculs de sommes.

II) **Noyaux et convergence**

A) Exemples de noyaux

Noyaux de DIRICHLET et de FEJÉR, propriétés.

B) Théorème de DIRICHLET

Théorème de DIRICHLET. Application aux calculs de sommes. Convergence normale. **DEV** 1 : SÉRIE DE FOURIER DES APPLICATIONS CONTINUES.

C) Théorème de FEJÉR et applications

DEV 2 : THÉORÈME DE FEJÉR Application à l'injectivité des coefficients de FOURIER, théorème de WEIERSTRASS.

III) **Applications**

A) Inégalité isopérimétrique

Courbe de JORDAN, inégalité isopérimétrique.

B) Exemple d'une équation différentielle oordinaire

Équation différentielle ordinaire.

C) Exemple de transformation ergodique

Propriété d'une fonction $f \in L_{2\pi}$ telle que $\tau_h(f) = f$ *p.p.*. Cas lorsque $h \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

ANNEXES : Noyau de DIRICHLET, courbe de JORDAN

Références :

- AMRANI
- ZULLY-QUEFFELEC