191 : Exemples d'utilisation de techniques d'algèbre en géométrie

Cadre : E un $\mathbb{K}$ espace vectoriel, $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

I) Géométrie affine

A) Définitions

Définitions d'un espace affine, de sa direction, d'un sous-espace affine, exemples.

B) Barycentres

Système pondéré, définition d'un barycentre, isobarycentre, exemples. Plan d'ARGAND-CAUCHY. **DEV** 1 : SUITE DE POLYGÔNES.

C) Applications affines

Définition, groupe $GA(\mathcal{E})$. Espace euclidien, isométrie affine. Déplacements de $\mathcal{E}$.

II) Géométrie euclidienne

A) $O_2(\mathbb{R})$ et $O_3(\mathbb{R})$

Caractérisation des matrices de $SO_2(\mathbb{R})$ et de $O_2(\mathbb{R}) \setminus SO_2(\mathbb{R})$; Représentation géométrique. Caractérisation des matrices de $O_3(\mathbb{R})$ et de $SO_3(\mathbb{R})$. Connexité par arcs de $SO_3(\mathbb{R})$. **DEV** 2 : SIMPLICITÉ DE $SO_3(\mathbb{R})$.

B) Projection orthogonale

Existence d'un projecteur orthogonal sur un sous-espace vectoriel. Exemple. L'application projection. Matrice de GRAM, application aux calculs de distances.

III) Angle, produit vectoriel

A) Angle

Définition d'un angle (non orienté), existence d'un angle dans un espace orienté. Exemple. Propriétés de la rotation. Cas de la dimension 3.

B) Produit vectoriel

Définition d'un produit vectoriel, propriétés, caractère bilinéaire et alternée du produit vectoriel. Identité de LAGRANGE.

ANNEXES : Angle orienté, rotation dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$

Références :

- AUDIN
- ROMBALDI
- GRIFFONE