181 : Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.

Cadre : $(\mathcal{E}, E)$ un $\mathbb{R}$-espace affine de dimension finie.

I) Barycentres

A) Définitions, propriétés

Définition d'un barycentre, isobarycentre, exemples. Associativité. **DEV** 1 : SUITE DE POLYGONES.

B) Sous-espace affine

Sous-espace affine, exemple du parallélogramme de $\mathcal{E}$. Caractérisation d'une application affine par les barycentres. Application à l'image d'un segment par une application affine.

C) Coordonnées barycentriques

Repère affine, coordonnées cartésiennes / coordonnées barycentriques, exemples.

II) Convexité

A) Ensemble et fonction convexes

Définitions, exemple, caractérisation avec l'épigraphe d'une fonction. Combinaison convexe, propriétés par somme de convexes.

B) Enveloppe convexe

Définition, propriétés, théorème de LUCAS. Théorème de CARATHÉODORY. Applications. Stabilité des convexes par les applications affines.

C) Résultats de séparation

Soit E un e.v.n..

Hyperplan affine, caractère fermé d'un hyperplan. Séparation de parties au sens large / strict. Jauge d'un convexe. **DEV** 2 : THÉORÈME DE HAHN-BANACH (GÉOMÉTRIQUE).

III) Applications aux points extrémaux

Définition de point extrémal. Théorème de KREIN-MILMAN. Théorème de HELLY. Applications.

ANNEXES : Exemples d'une droite, d'un segment, d'un triangle. Ensembles convexe et non convexe, enveloppe convexe. Illustration d'hyperplans d'appui et de séparation.

Références :

- AUDIN
- TAUVEL
- BECK-MALICK-PEYRÉ
- BREZIS