Leçon 151-Dimension d'un espace vectoriel de dimension finie. Rang. Exemples et applications.

I. Espace vectoriel de dimension finie.[1] p.10

1. Bases.

— Déf : EV de dimension finie
— Exemple d'espace vectoriel de dimension finie
— Déf : Famille libre et bases
— Thm : Existence de bases $\Rightarrow$ base trop complète et base incomplète

2. Théorèmes fondamentaux sur la dimension.

— Prop : Toutes les bases ont le même cardinal
— Prop : Famille libre/ génératrices à n éléments = bases
— Exemple : $\mathbb{C}$: attention dépent du corps choisi
— Thm : Sous espace vectoriel d'un EV de dim finie est de dim finie
— Prop : Dim finie + égalité des dimension

II. Rang

1. Rang d'une application linéaire [1]

— Déf : Rang = dimension de l'image
— Déf : Noyau
— f bijective $\Rightarrow$ image d'une base est une base
— Deux EV de dimension finie sont $\cong$
— Thm du rang et corollaire
— Un contre-exemple en dimension infinie

2. Rang d'une matrice [2]p.122

— Déf : Rang d'une matrice
— Prop : Matrice de rang r est équivalente à J_r
— Prop : Matrice équivalente $\Leftrightarrow$ elles ont le même rang
— Prop : Rang = taille du plus grand mineur non nul
— **Dev 1 : AP=PB** (Gourdon Algèbre Problème 11 p 214)

III. Pivot de Gauss

— Déf : Méthode d'élimination [1]
— Prop : Rang +système [2] p.132
— Thm de Rouché Fontené [2] p.132
— **Dév 2 : Dimension du commutant**

Bibliographie :

— 1-Grifone : Algèbre linéaire
— 2- Gourdon : Algèbre