<u>Leçon 205 : Espaces complets. Exemples et applications.</u>

I. *Généralités et théorèmes d'existence*

I - 1. *Suites de cauchy et espaces complets*

— Définition : suites de Cauchy [1]
— Remarque : Suite convergente $\Rightarrow$ Suite de Cauchy [1]
— Remarque : Suite de Cauchy $\Rightarrow$ Suite bornée [1]
— Définition : Espace complet et espace de Banach [1]
— Exemple :$(\mathbb{R}, |.|)$, $(\mathbb{R}^n, \|.\|_n)$ sont complets. [1]
— $\mathbb{Q}$ n'est pas complet [1]
— $(\mathscr{C}_b(\mathbb{R}), \|.\|_\infty)$ est complet [1]

I - 2. *Propriétés des espaces complets*

— Prop : Toute partie complète d'un EM est fermée. [1]
— Prop :Fermé d'un complet est complet [1]
— Exemple : $(\mathscr{C}_0(\mathbb{R}), \|.\|_\infty)$ est complet comme fermé de $\mathscr{C}_b$ [1]
— Exemple : $\mathscr{L}(E,F)$ complet si F est complet [1]
— : **Dev 1 : Thm de Riesz Fisher** [3]

I - 3. *Théorème d'existence*

— Thm des fermés emboîtés [2]
— Thm du point fixe [2]
— Thm de Cauchy Lipschitz [2]
— Critére de Cauchy [2]

II. *Analyse fonctionnelle*

II - 1. *Thm de Baire et applications*

— Thm de Baire [1]
— Application : EVN à base dénombrable [1]
— Thm de Banach Steinhauss [1]
— **Dev 2 : Série de Fourier divergente** [1]

II - 2. *Espaces de Hilbert*

— Defintion : Espace de Hilbert [4]
— Prop : Identité du parallélogramme [4]
— : Thm de projection sur un convexe fermé [4]
— Thm de représentation de Riesz [4]

Bibliographie :

— 1- Gourdon : Analyse
— 2- Pommellet : Cours d'analyse
— 3- Brézis : Analyse fonctionnelle
— 4-Mohammed El Amari : Analyse de Fourier dans les espaces fonctionnels